Progetto Programmazione Multi-Obiettivo

Relazione Gruppo 3

,.

Gentilini Alessandro

Piccinini Chiara

Sergio Rebecca

Zampolini Matteo

Problema calcolo percorsi efficienti

Consideriamo un problema di TSP bi-obiettivo su una matrice 6x6 di località, in cui gli obiettivi da minimizzare sono il *tempo di percorrenza* (obiettivo **T**) e il *costo di trasporto* (obiettivo **C**).

Punto 1: Ricerca delle soluzioni efficienti estreme

**Passo di inizializzazione**

Per determinare il punto **V(TL)**, cioè la soluzione efficiente di *tempo di percorrenza minima*, si usa il gradiente ***g* = (422, 1)** (dove *422* è la somma dei valori di costo di trasporto); si ottiene il punto di coordinate **(81, 93),** corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 5 | 4 | 6 | 3 | 1 |

Per determinare il punto **V(BR)**, cioè la soluzione efficiente di *costo di trasporto minimo*, si usa il gradiente ***g* = (1, 658)** (dove *658* è la somma dei valori di tempo di percorrenza); si ottiene il punto di coordinate **(113, 51)**, corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 3 | 2 | 4 | 6 | 1 |

**Passo iterativo**

Iterazione 1

Partiamo da E={V(TL)} e L\E={V(BR)}; dunque L = V(TL) = (81, 93) ed R = V(BR) = (113, 51). Il gradiente risultante è ***g = (42, 32)*** , con **K = 6378**.

Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 6162, che è *minore* di K e vene quindi generato un nuovo punto denominato V(1) = (85, 81), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 6 | 3 | 2 | 5 | 4 | 1 |

Il nuovo punto viene inserito nella parte L/E.

Iterazione 2

Abbiamo E={V(TL)} e L\E={V(BR), V(1)}; L = V(TL) = (81, 93) ed R = V(1) = (85, 81). Il gradiente risultante è

***g = (12, 4)*** e **K = 1344**.

Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 1344, che è *uguale* a K, quindi non viene generato un nuovo punto e il punto R = V(1) = (85, 81) viene inserito nella lista E.

Iterazione 3

Abbiamo E={V(TL), V(1) } e L\E={V(BR)}; L = V(1) = (85, 81) ed R = V(BR) = (113, 51). Il gradiente risultante è ***g = (30, 28)*** e **K = 4818**.

Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 4778, che è *minore* di K, quindi viene generato un nuovo punto, denominato V(2) = (93, 71), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 6 | 2 | 5 | 3 | 4 | 1 |

Il nuovo punto viene inserito nella parte L/E.

Iterazione 4

Abbiamo E={V(TL), V(1) } e L\E={V(BR), V(2) }; L = V(1) = (85, 81) ed R = V(2) = (93, 71). Il gradiente risultante è

***g = (10, 8)*** e **K = 1498**.

Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 1498, che è *uguale* a K, quindi non viene generato un nuovo punto e il punto R = V(2) = (93, 71) viene inserito nella lista E.

Iterazione 5

Abbiamo E={V(TL), V(1) , V(2) } e L\E={V(BR)}; L = V(2) = (93, 71) ed R = V(BR) = (113, 51). Il gradiente risultante è

***g = (20, 20)*** e **K = 3280**.

Il valore ottimo del problema scalarizzato è F.O. = 3280, che è *uguale* a K; quindi, non viene generato un nuovo punto e il punto R = V(BR) = (113, 51) viene inserito nella lista E.

Immagine che contiene linea, testo, diagramma, Diagramma

Descrizione generata automaticamenteAbbiamo così terminato il processo di iterazioni e abbiamo ottenuto il seguente risultato finale:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **T** | **C** |
| **V(TL)** | 81 | 93 |
| **V(1)** | 85 | 81 |
| **V(2)** | 93 | 71 |
| **V(BR)** | 113 | 51 |

Punto 2: esplorazione di un triangolo

Assumendo che il decisore consideri ottimale un rapporto *Costo di trasporto*/*Tempo di percorrenza*

***a*** = C/T = 21/40, il triangolo da esplorare è quello delimitato dalle soluzioni estreme V(2) = (93, 71) (estremo in alto) e V(BR) = (113, 51) (estremo in basso); la retta che contiene i suddetti punti è definita dal gradiente ***g = (20, 20)*** e da un valore **K = 3280**.

Immagine che contiene linea, diagramma, testo, Diagramma

Descrizione generata automaticamenteIl seguente grafico mostra i triangoli definiti dalle soluzioni estreme e la retta di equazione ***C = aT***.

**Punto 2.a : Goal Programming**

Si determina la coppia di valori target (***TT***, ***TC***) = (108, 57). Utilizzando tale coppia di target si applica il Goal Programming nelle quattro versioni seguenti.

MIN-SUM: si trova la soluzione **MS** = (111, 55), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 2 | 3 | 4 | 6 | 1 |

MIN-MAX: si trova la soluzione **MM** = (105, 59), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 6 | 1 |

Weighted MIN-SUM: si trova la soluzione **WMS** = (111, 55), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 2 | 3 | 4 | 6 | 1 |

Weighted MIN-MAX: si trova la soluzione **WMM** = (105, 59), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 6 | 1 |

**Immagine che contiene testo, linea, diagramma, Diagramma

Descrizione generata automaticamente**

**Punto 2.b: Metodo ε-constrained**

Per lo svolgimento di questo metodo abbiamo deciso di mantenere come funzione obiettivo il tempo di percorrenza, cercando di minimizzarlo, e di conseguenza di inserire nel modello un limite superiore all’altra variabile, ovvero il costo di trasporto. Abbiamo quindi come soluzione iniziale l’estremo in alto a sinistra della ipotenusa, ovvero il vertice V(2) = (93, 71). Indichiamo con UBS l’upper bound decrescente imposto sull’obiettivo del costo di trasporto.

Abbiamo poi terminato il processo di iterazioni quando è stata ottenuta nuovamente la soluzione corrispondente al vertice in basso a destra, V(BR) = (113, 51).

Iterazione 1: Partendo dal punto di coordinate V(2) = (93, 71), con UBS = 70 si trova il punto S(1) = (99, 65) = SNE1, corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 5 | 3 | 4 | 6 | 1 |

Iterazione 2: UBS = 64 si trova il punto S(2) = (103, 63), corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 6 | 2 | 3 | 4 | 1 |

Iterazione 3: UBS = 62 si trova il punto S(3) = (105, 59) = MM = WMM = SNE2, corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 6 | 1 |

Iterazione 4: UBS = 58 si trova il punto S(4) = (111, 55) = MS = WMS, corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 2 | 3 | 4 | 6 | 1 |

Iterazione 5: UBS = 54 si trova il punto S(5) = (113, 51), cioè il punto nell’estremo in basso a destra del triangolo, corrispondente al percorso:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 5 | 3 | 2 | 4 | 6 | 1 |

Il seguente grafico mostra tutti i punti corrispondenti alle soluzioni efficienti del triangolo esaminato. Osservando il grafico si può notare che l’unico punto trovato che non è una SNE è il punto S(2) = (103, 63).

Immagine che contiene linea, testo, Diagramma, diagramma

Descrizione generata automaticamente